

RICHARD ČAPEK, JANA FORSTOVÁ

ANALÝZA CHARAKTERISTIKY ZKRESLENÍ Q NA PODKLADĚ ECKERTOVÝCH ZOBRAZENÍ

R. Čapek, J. Forstová: *Analysis of the Distortion Characterization Q on the Basis of Eckert's Projections*. – Geografie Sborník ČGS, 104, 4, pp. 243 – 256 (1999). – Distortion characterization Q is calculated as a ratio of the area with acceptable distortion in the map to the Earth surface. The sequence of 100 projections arranged by Q where area distortion limit is $K_{max} = 1,5 K_{min}$ and angular distortion limit $2\omega_{max} = 40^\circ$, was published by Čapek (1997). In this paper 25 different combinations of distortion limits are used for deriving Q . New 25 sequences of Eckert's projections are analysed afterwards.
KEY WORDS: distortion – projection evaluation – Eckert's projections.

1. Charakteristika Q

Transformace zakřiveného zemského povrchu do roviny se neobejde bez zkreslení, které je tím větší, čím větší území se zobrazuje. Nejvíce se zkreslení projeví na mapách celého světa, pro které bylo odvozeno velké množství kartografických zobrazení, především obecných. Některá z nich zachovávají plochy, některá úhly, nejčastěji však zkreslují obojí.

Posoudit, které zobrazení je lepší a které horší, je úkol velmi obtížný. Exaktní přístup hodnocení vychází z výpočtů plošného a maximálního úhlového zkreslení v jednotlivých bodech mapy, při čemž se hodnoty zkreslení bod od bodu spojitě mění. V některých místech mapy je zkreslení poměrně malé, v jiných – zvláště při okrajích mapy – dosahuje hodnot velmi nepříznivých.

V práci Čapek (1997) byl pro posouzení vhodnosti kartografických zobrazení navržen ukazatel Q , který vznikne jako poměr velikosti území, kde zkreslení ploch a úhlů nepřekročí určitou smlouvenou hranici, vůči ploše celé Země. Jako hranice byly přijaty hodnoty maximálního úhlového zkreslení $2\omega_{max} = 40^\circ$ a plošného zkreslení $K_{max} = 1,5 \cdot K_{min}$.

Připomeňme, že hodnota $K = 1$ přísluší okolí bodu, kde se plochy nezkrslují, hodnota $K < 1$ okolí bodu s plochou menší než na glóbu a hodnota $K > 1$ okolí s plochou větší než na glóbu. K_{min} má tedy místo s nejnižší číselnou hodnotou plošného zkreslení. Ve většině případů je tímto místem střed mapy nebo obraz celého rovníku.

V mapě se území s maximálním povoleným zkreslením vymezi pomocí ekvideformát $2\omega_{max} = 40^\circ$ a $K_{max} = 1,5 \cdot K_{min}$. Hranice tvořila ta z ekvideformát, která ležela blíže středu mapy (jde o průnik ploch omezených každou z obou ekvideformát) spolu s částmi obrazů okrajových poledníků.

Volba hraničních hodnot $2\omega_{max}$ a K_{max} vycházela ze znalosti ekvideformát v desítkách kartografických zobrazení, kde právě ekvideformáty vybraných hodnot procházely mimo nejvíce osídlené oblasti souše. Výše uvedené hraniční hodnoty byly použity jako fixní kritérium pro stanovení charakteristiky

Q pro sto obecných zobrazení, která pak byla seřazena podle Q : jako první se umístilo polykonické zobrazení CNIIGAiK 1950 s $Q = 84,7 \%$, jako poslední konformní Augustovo zobrazení s $Q = 20,7 \%$.

Nabízí se otázka, jak by se pořadí změnilo, pokud by pro výpočet Q byly použity jiné hraniční hodnoty. Tento problém dosud nebyl studován a výsledky mohou být překvapivé.

Pro zkušební řešení se omezíme na rozšíření $2\omega_{max}$ o $\pm 10^\circ$ tedy $30^\circ \leq 2\omega_{max} \leq 50^\circ$ a rozšíření K_{max} oběma směry $1,3 K_{min} \leq K_{max} \leq 1,7 K_{min}$. Konkrétní výpočty provedeme pro šestici Eckertových paválcových zobrazení.

2. Eckertova zobrazení

Německý kartograf Max Eckert (1906) odvodil na počátku dvacátého století šest zobrazení, která označil římskými čísly. Všechna zobrazení jsou paválcová s čárovým obrazem pólu, jehož délka je rovna délce obrazu středního poledníku a poloviční délce obrazu rovníku. Zobrazení s lichými čísly jsou vyrovnávací s rovnoměrně děleným obrazem středního poledníku, zobrazení se sudými čísly patří k plochojevným. Obrazy rovníku nezůstávají délkově zachovány. Obrazy rovnoběžek mají přímkový tvar.

U zobrazení Eckert I. a II. jsou obrazy poledníků přímkové, lomené na obrazu rovníku. Mapa světa má tvar dvou dotýkajících se symetrických lichoběžníků, jejichž společnou základnou je obraz rovníku. Zobrazení Eckert III. a IV. mají tvar nízkého soudku, omezeného kruhovými obrazy okrajových poledníků. Zobrazení Eckert V. a VI. jsou podobná předchozím, obrazy poledníků však mají sinusoidální tvar.

První tři zobrazení se v praxi neuplatnila, ostatní se sporadicky objevují. Relativně nejvíce se používají plochojevná zobrazení Eckert IV. a Eckert VI. Postup zjišťování hodnot zkreslení si ukážeme na prvním z nich.

Eckert IV. má zobrazovací rovnice:

$$2\psi + 4 \sin \psi + \sin 2\psi = a \cdot \sin \varphi$$

$$x = b \cdot \lambda(1 + \cos \psi).$$

$$y = c \cdot \sin \psi$$

kde obecně platí:

$$a = 4 + \pi \quad b = \frac{1}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{4\pi}{4 + \pi}} \quad c = \sqrt{\frac{4\pi}{4 + \pi}}$$

resp. po dosazení:

$$a = 7,141593 \quad b = 0,422238 \quad c = 1,326500$$

Hodnoty ψ , λ , popř. φ bez udání funkce se rozumějí v radiánech.

Nejprve se určí derivace pro pomocný vztah, vyjadřující φ pomocí ψ :

$$\begin{aligned} [2\psi + 4 \sin \psi + \sin 2\psi = a \cdot \sin \varphi]' &= \\ = \left[2 + 4 \cos \psi + 2 \cos 2\psi = a \cdot \cos \varphi \frac{d\varphi}{d\psi} \right] \end{aligned}$$

$$\frac{d\varphi}{d\psi} = \frac{2 + 4 \cos \psi + 2 \cos 2\psi}{a \cdot \cos \varphi} \Rightarrow \frac{d\psi}{d\varphi} = \frac{a \cdot \cos \varphi}{2(1 + 2 \cos \psi + \cos 2\psi)}$$

Výraz ve jmenovateli se zjednoduší podle goniometrických vzorců:

$$1 = \sin^2 \psi + \cos^2 \psi \quad \cos 2\psi = \cos^2 \psi - \sin^2 \psi$$

$$\text{takže vyjde } \frac{d\psi}{d\varphi} = \frac{a \cdot \cos \varphi}{4 \cos \psi(1 + \cos \psi)}$$

Dále se pro obě zobrazovací rovnice vypočtou parciální derivace:

$$\frac{\partial x}{\partial \varphi} = \frac{\partial x}{\partial \psi} \cdot \frac{d\psi}{d\varphi} = [b \cdot \lambda(1 + \cos \psi)]' \cdot \frac{d\psi}{d\varphi} = \frac{-ab\lambda \operatorname{tg} \psi \cdot \cos \varphi}{4(1 + \cos \psi)}$$

$$\frac{\partial x}{\partial \lambda} = b \cdot (1 + \cos \psi)$$

$$\frac{\partial y}{\partial \varphi} = \frac{\partial y}{\partial \psi} \cdot \frac{d\psi}{d\varphi} = [c \cdot \sin \psi]' \cdot \frac{d\psi}{d\varphi} = \frac{ac \cdot \cos \varphi}{4(1 + \cos \psi)}$$

$$\frac{\partial y}{\partial \lambda} = 0$$

Pro paválcová zobrazení lze na základě zjednodušených vzorců vypočítat délkové zkreslení ve směru poledníků k_p a rovnoběžek k_r , a rovněž odchylku τ , o kterou se liší úhel mezi obrazem poledníku a obrazem rovnoběžky od pravého úhlu:

$$\operatorname{tg} \tau = -\frac{\partial x}{\partial \varphi} : \frac{\partial y}{\partial \varphi} = \frac{b\lambda \cdot \operatorname{tg} \psi}{c} = 0,318310 \cdot \lambda \cdot \operatorname{tg} \psi$$

$$k_p = \frac{\partial y}{\partial \varphi} \cdot \frac{1}{\cos \tau} = \frac{ac \cdot \cos \varphi}{4(1 + \cos \psi) \cdot \cos \tau} = \frac{2,368331 \cdot \cos \varphi}{(1 + \cos \psi) \cdot \cos \tau}$$

$$k_r = \frac{\partial x}{\partial \lambda} \cdot \frac{1}{\cos \varphi} = \frac{b \cdot (1 + \cos \psi)}{\cos \varphi} = \frac{0,422238 \cdot (1 + \cos \psi)}{\cos \varphi}$$

Maximální úhlové zkreslení 2ω se určí z obecně platného vzorce:

$$2\omega = 2 \operatorname{arctg} \frac{1}{2} \sqrt{\frac{k_p^2 + k_r^2}{K} - 2}$$

kde $K = 1$, protože Eckert IV. je plochojevný.

U vyrovnávacích zobrazení by bylo třeba vypočítat ještě plošné zkreslení podle vzorce:

$$K = k_p \cdot k_r \cdot \cos \tau$$

Pro všechna Eckertova zobrazení je uveden přehled zobrazovacích rovnic a rovnic zkreslení v tabulce 1. Rovnice zkreslení pro Eckerta III. a VI. jsou převzaty z práce Malá (1995).

Tab. 1 – Rovnice pro Eckertova zobrazení.

Zobrazení	Rovnice	Délkojevná rovnoběžka φ_0
Eckert I.	$x = 0,921318 \lambda \cdot (1 - 0,318310 \cdot \varphi)$ $y = 0,921318 \varphi$ $\operatorname{tg} \tau = 0,318310 \lambda$ $k_p = \frac{0,921318}{\cos \tau}$ $k_r = \frac{0,921318 - 0,293264 \varphi}{\cos \varphi}$	47,2°
Eckert II.	$x = 0,460659 \lambda \cdot \sqrt{4 - 3 \sin \varphi}$ $y = 2,894405 - 1,447202 \cdot \sqrt{4 - 3 \sin \varphi}$ $\operatorname{tg} \tau = 0,318310 \lambda$ $k_p = \frac{2,170804 \cdot \cos \varphi}{\sqrt{4 - 3 \sin \varphi} \cdot \cos \tau}$ $k_r = \frac{0,460659 \cdot \sqrt{4 - 3 \sin \varphi}}{\cos \varphi}$	55,2°
Eckert III.	$\sin \psi = 0,636620 \cdot \varphi$ $x = 0,844476 \cos^2 \frac{\psi}{2}$ $y = 1,326500 \cdot \sin \psi$ $\operatorname{tg} \tau = \frac{0,202642 \cdot \lambda \cdot \varphi}{\cos \psi}$ $k_p = \frac{0,844476}{\cos \tau}$ $k_r = \frac{0,844476 \cdot \cos^2 \frac{\varphi}{2}}{\cos \varphi}$	36,0°
Eckert IV.	$2\psi + 4 \sin \psi + \sin 2\psi = 7,141593 \cdot \sin \varphi$ $x = 0,422238 \cdot \lambda (1 + \cos \psi)$ $y = 1,326500 \cdot \sin \psi$ $\operatorname{tg} \tau = 0,318310 \cdot \lambda \cdot \operatorname{tg} \psi$ $k_p = \frac{2,368331 \cdot \cos \varphi}{(1 + \cos \psi) \cdot \cos \tau}$ $k_r = \frac{0,422238 \cdot (1 + \cos \psi)}{\cos \varphi}$	40,5°

Tab. 1 – pokračování

Zobrazení	Rovnice	Délkojevná rovnoběžka φ_0
Eckert V.	$x = 0,882025 \cdot \lambda \cdot \cos^2 \frac{\varphi}{2}$ $y = 0,882025 \varphi$ $\operatorname{tg} \tau = 0,5 \cdot \lambda \cdot \sin \varphi$ $k_p = \frac{0,882025}{\cos \tau}$ $k_r = \frac{0,441012 \cdot (1 + \cos \varphi)}{\cos \varphi}$	37,9°
Eckert VI.	$\sin \psi + \psi = 2,570796 \cdot \sin \varphi$ $x = 0,882025 \lambda \cdot \cos^2 \frac{\psi}{2}$ $y = 0,882025 \cdot \psi$ $\operatorname{tg} \tau = 0,5 \cdot \lambda \cdot \sin \psi$ $k_p = \frac{1,133754 \cdot \cos \varphi}{\cos^2 \frac{\psi}{2} \cdot \cos \tau}$ $k_r = \frac{0,882025 \cdot \cos^2 \frac{\psi}{2}}{\cos \varphi}$	49,9°

Pozn.: Význam symbolů: x, y – souřadnice pravouhlé sítě; φ, λ – zeměpisná šířka, zeměpisná délka; τ – odchylka úhlu mezi obrazem poledníku a rovnoběžky od 90°; k_p, k_r – délková zkreslení ve směru poledníku a rovnoběžky.

3. Výpočty Q

Před vlastním počítačovým zpracováním byly nejprve stanoveny hraniční hodnoty $2\omega_{max}$ a K_{max} v jednotlivých zobrazeních. Pro všechna zobrazení bylo zvoleno $2\omega_{max}$ postupně 30° – 35° – 40° – 45° – 50°. Zatímco u plochojevných zobrazení se s K nemuselo počítat, pro vyrovnávací zobrazení se K_{max} určovalo postupně jako n -násobek K_{min} , kde n bylo 1,3 – 1,4 – 1,5 – 1,6 – 1,7. U Eckerta III. a V. má K_{min} rovník, u Eckerta I. bylo K_{min} nalezeno na $\varphi = 19,75^\circ$. Vypočtené hodnoty K_{max} a jim příslušná zeměpisná šířka φ_{max} (ekvideformáty plošného zkreslení se u paválcových zobrazení shodují s obrazy rovnoběžek) jsou při různých n uvedeny v tabulce 2.

Dále bylo třeba rozhodnout o způsobu měření. Pro zpracování bylo zvoleno určování lokálních plošných a úhlových zkreslení v bodech zeměpisné sítě s intervalem 1° vždy pro středy polí tj. celkem pro 16 200 bodů každého zobrazení. Vzhledem ke dvojité symetrii zobrazení (vůči obrazu rovníku i obrazu středního poledníku) stačilo uvažovat jen jeden kvadrant.

Tab. 2 – Koeficienty n , K_{max} a φ_{max} pro Eckerta I., III. a V.

Zobrazení	Eckert I.			Eckert III.			Eckert V.		
K_{min}	0,803			0,713			0,778		
n	1,3	1,5	1,7	1,3	1,5	1,7	1,3	1,5	1,7
K_{max}	1,044	1,204	1,365	0,927	1,070	1,212	1,011	1,167	1,322
φ_{max}	55,8°	62,6°	67°	44°	53°	59°	51,5°	60°	65,4°

Každý bod se tak stal reprezentantem pole zeměpisné sítě $1^\circ \times 1^\circ$: výměry těchto polí na referenční kouli, proměnlivé se zeměpisnou šířkou, byly přeřazeny z tabulek (Daniš, Valko 1988).

Vlastní počítačové zpracování bylo prováděno na počítači Pentium, 90 MHz, 32 MB RAM v programu Microsoft Excel 97. Vzhledem ke složitosti rovnic zobrazení a velkému množství údajů byla velikost souboru pro výpočet jednoho zobrazení (s možností volby parametru K_{max} a $2\omega_{max}$) takřka 2 MB.

Práci je možno rozdělit do tří etap.

Tab. 3 – Hodnoty Q pro Eckertova zobrazení (v %)

	$2\omega_{max}$	30°	35°	40°	45°	50°
Eckert II.		37,5	46,9	56,2	65,9	75,9
Eckert IV.		72,9	78	81,9	85	87,6
Eckert VI.		55,4	62,5	68,9	74,8	80,3
$n = 1,3$	$2\omega_{max}$	30°	35°	40°	45°	50°
Eckert I.		44	51,8	59,9	68,3	76,9
Eckert III.		69,4	69,5	69,5	69,5	69,5
Eckert V.		62,9	67,6	71,4	74,3	76,4
$n = 1,4$	$2\omega_{max}$	30°	35°	40°	45°	50°
Eckert I.		46	54,3	62,8	71,6	80,6
Eckert III.		74,6	75,5	75,5	75,5	75,5
Eckert V.		65	70,3	74,6	78	80,6
$n = 1,5$	$2\omega_{max}$	30°	35°	40°	45°	50°
Eckert I.		47,2	55,9	64,7	73,8	83,1
Eckert III.		77,5	79,4	79,9	79,9	79,9
Eckert V.		66,3	72	76,7	80,5	83,5
$n = 1,6$	$2\omega_{max}$	30°	35°	40°	45°	50°
Eckert I.		47,9	56,8	65,8	75,2	84,6
Eckert III.		79	81,6	82,7	82,9	82,9
Eckert V.		67	73	78	82,1	85,3
$n = 1,7$	$2\omega_{max}$	30°	35°	40°	45°	50°
Eckert I.		48,4	57,6	66,9	76,4	86
Eckert III.		79,8	83,3	85	85,7	85,7
Eckert V.		67,3	73,5	78,7	83	86,4

I. etapa sestávala z přípravy tabulky s řádky pro $\varphi = 0,5^\circ + m \cdot 1^\circ$, kde m je celé číslo $0 \leq m \leq 89$, a sloupci pro $\lambda = 0,5^\circ + m \cdot 1^\circ$, kde m je celé číslo $0 \leq m \leq 179$. Do tabulky byly doplněny hodnoty φ , λ , výměry polí zeměpisné sítě a obecné vzorce pro K a 2ω , platné pro všechna zobrazení.

Tab. 4 – Charakteristiky zkreslení Q Eckerta III. a Eckerta IV.

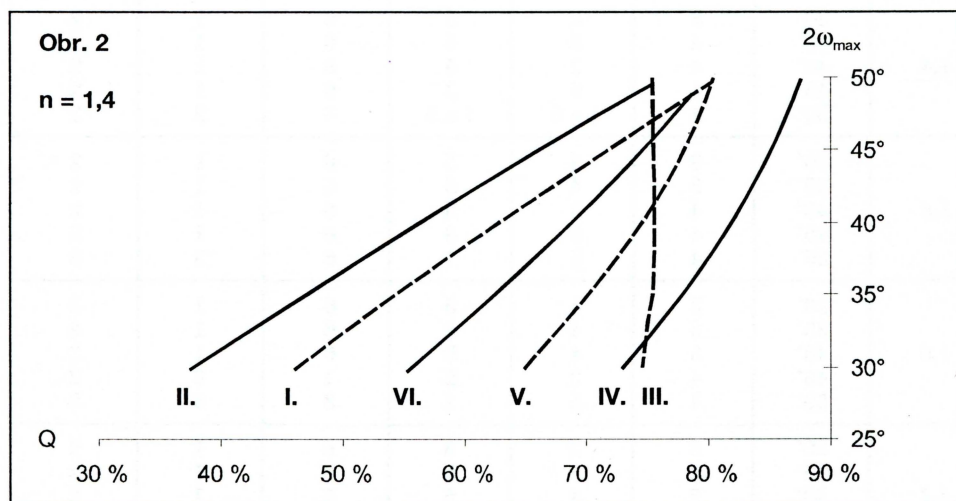
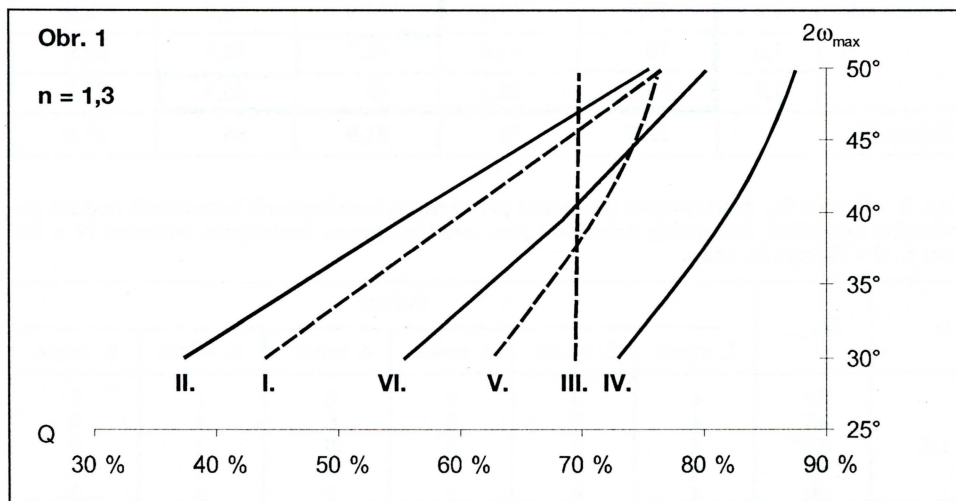
$2\omega_{max}$		30°	35°	40°	45°	50°
n						
Eckert III.	1,3	69,4	69,5	69,5	69,5	69,5
	1,4	74,6	75,5	75,5	75,5	75,5
	1,5	77,5	79,4	79,9	79,9	79,9
	1,6	79	81,6	82,7	82,9	82,9
	1,7	79,8	83,3	85	85,7	85,7
Eckert IV.		72,9	78	81,9	85	87,6

Tab. 5 – Pořadníky Eckertových zobrazení při různých kombinacích hraničních hodnot povoleného zkreslení. Eckertova zobrazení jsou uvedena pouze arabskými číslicemi (1 = Eckert I., 2 = Eckert II. atd.).

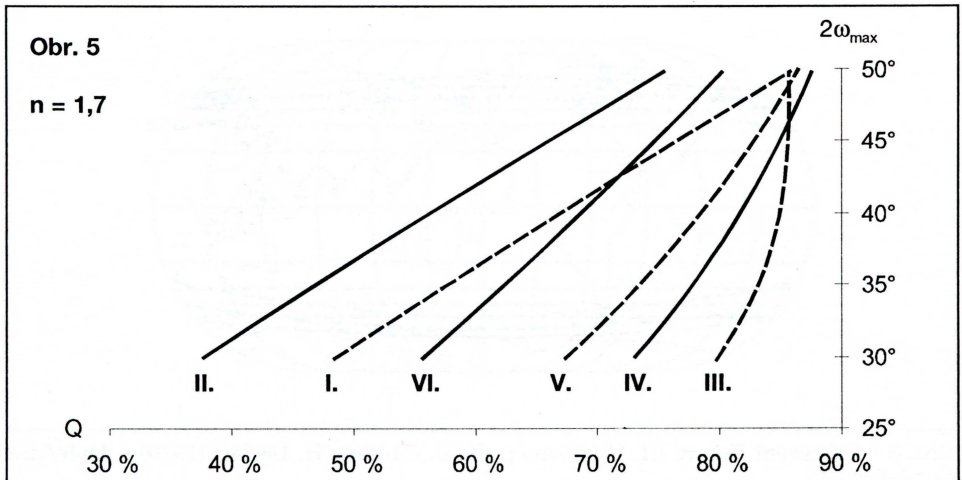
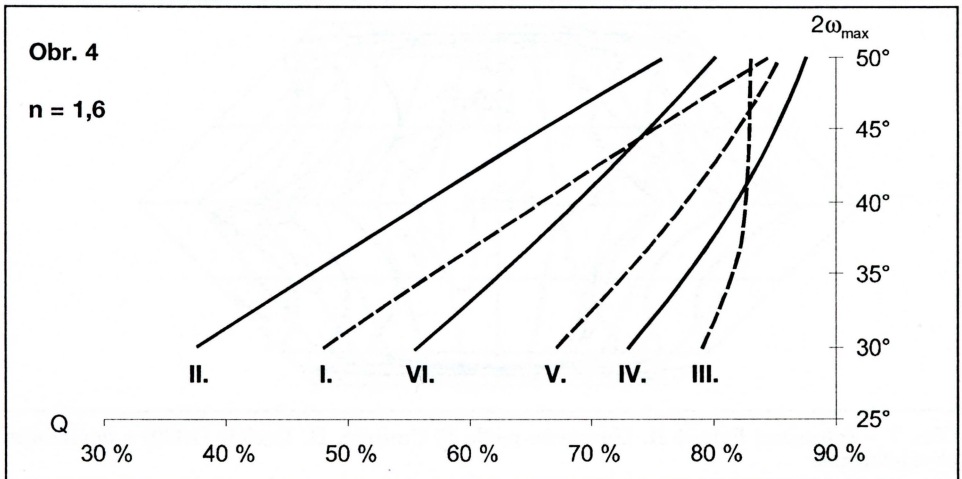
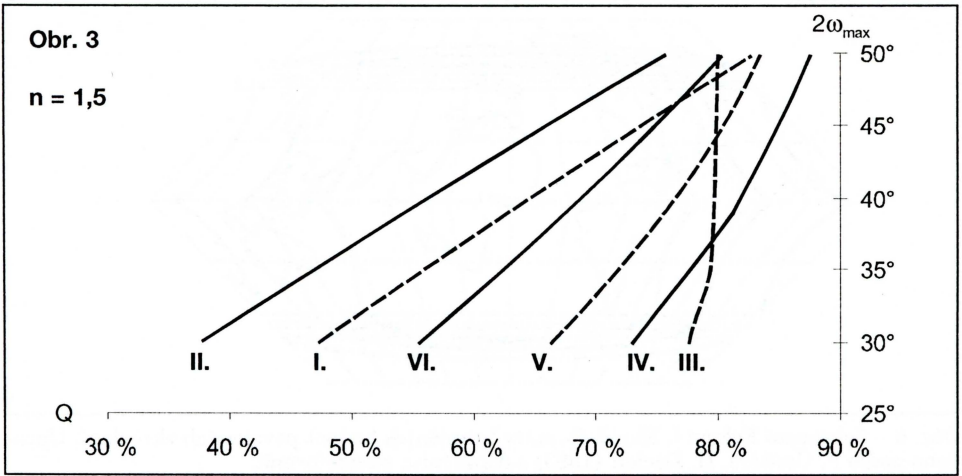
n	$2\omega_{max}$	Pořadí					
		1. místo	2. místo	3. místo	4. místo	5. místo	6. místo
1,3	30°	4	3	5	6	1	2
	35°	4	3	5	6	1	2
	40°	4	5	3	6	1	2
	45°	4	6	5	3	1	2
	50°	4	6	1	5	2	3
1,4	30°	3	4	5	6	1	2
	35°	4	3	5	6	1	2
	40°	4	3	5	6	1	2
	45°	4	5	3	6	1	2
	50°	4	1 a 5	1 a 5	6	2	3
1,5	30°	3	4	5	6	1	2
	35°	3	4	5	6	1	2
	40°	4	3	5	6	1	2
	45°	4	5	3	6	1	2
	50°	4	5	1	6	3	2
1,6	30°	3	4	5	6	1	2
	35°	3	4	5	6	1	2
	40°	3	4	5	6	1	2
	45°	4	3	5	1	6	2
	50°	4	5	1	3	6	2
1,7	30°	3	4	5	6	1	2
	35°	3	4	5	6	1	2
	40°	3	4	5	6	1	2
	45°	3	4	5	1	6	2
	50°	4	5	1	3	6	2

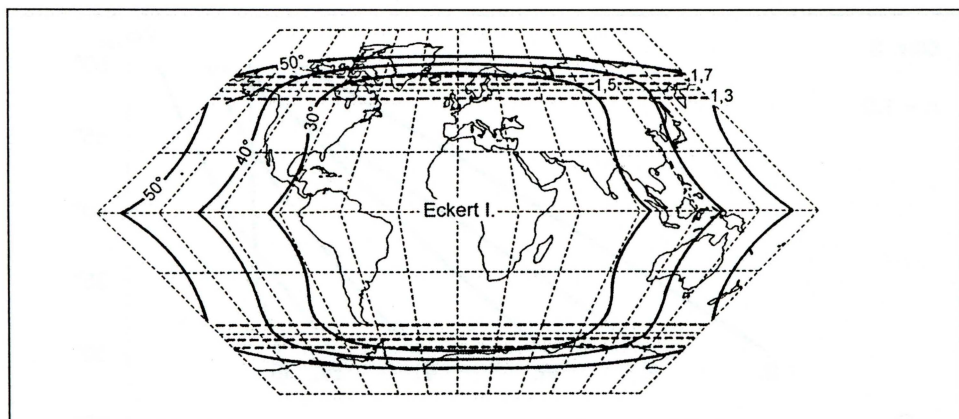
II. etapa zahrnovala činnosti potřebné pro výpočty zkreslení v jednom konkrétním zobrazení. Šlo o vypočtení zkreslení k_p , k_r , τ daného zobrazení a následně určení K a 2ω pro všech 16 200 bodů sítě. Pro zobrazení Eckert IV. a VI. bylo nejprve nutné naprogramovat iterativní výpočet φ pro každou hodnotu zeměpisné šířky.

III. etapa sloužila k výpočtu Q jednoho zobrazení v rámci stanovených hraničních hodnot $2\omega_{max}$ a K_{max} . Postupně byly zadávány různé kombinace $2\omega_{max}$ a K_{max} (celkem 25 kombinací pro každé vyrovnávací a 5 pro každé plochojevné zobrazení) a pro každou kombinaci bylo určeno Q . Výsledky obsahuje tabulka 3. Pro lepší názornost byly pro jednotlivá n zpracovány grafy, vyjadřující závislost Q na $2\omega_{max}$ pro všechna Eckertova zobrazení současně (obr. 1 – 5).

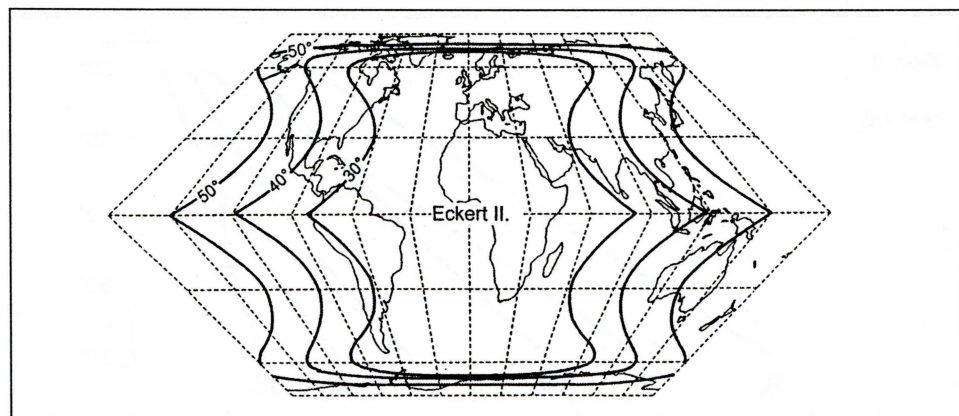


Obr. 1 – 5 – Grafy ukazují závislost Q na $2\omega_{max}$ při pěti různých n pro Eckertova zobrazení I. – VI. (u plochojevných zobrazení $K = n = 1$).

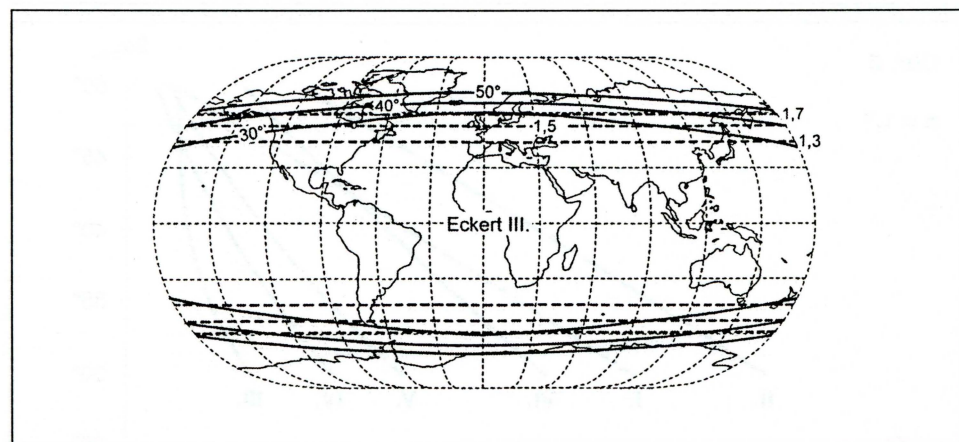




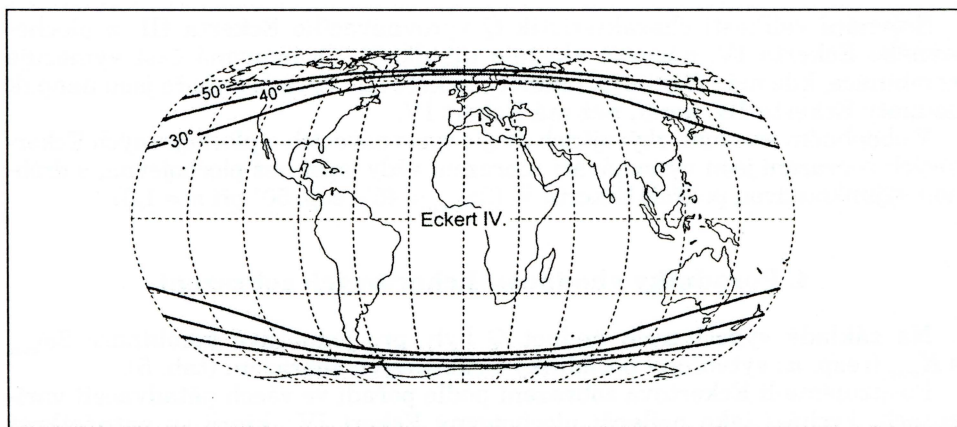
Obr. 6 – Zobrazení Eckert I. Ekvideformáty hraničních hodnot povolených zkreslení. Upraveno podle F. Canters, H. Declair (1989) s doplněním ekvideformát.



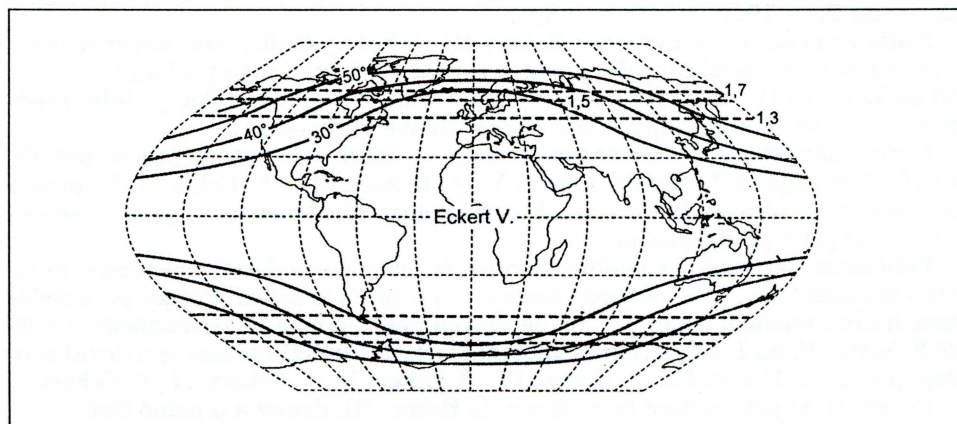
Obr. 7 – Zobrazení Eckert II. Upraveno podle F. Canters, H. Declair (1989) s doplněním ekvideformát.



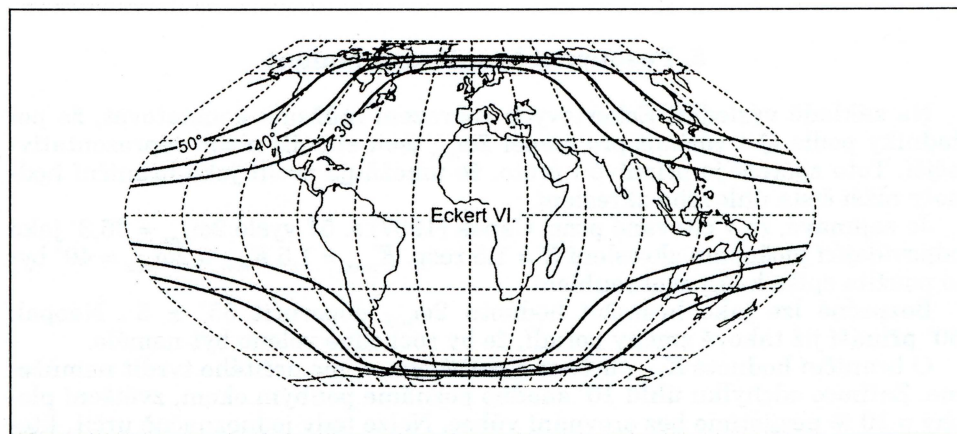
Obr. 8 – Zobrazení Eckert III. Upraveno podle F. Canters, H. Declair (1989) s doplněním ekvideformát.



Obr. 9 – Zobrazení Eckert IV. Upraveno podle F. Canters, H. Declair (1989) s doplněním ekvideformát.



Obr. 10 – Zobrazení Eckert V. Upraveno podle F. Canters, H. Declair (1989) s doplněním ekvideformát.



Obr. 11 – Zobrazení Eckert VI. Upraveno podle F. Canters, H. Declair (1989) s doplněním ekvideformát.

Srovnání velikosti charakteristik Q vyrovnávacího Eckerta III. a plochojevného Eckerta IV. názorně ukazuje tabulka 4. Orámovaná část vymezuje kombinace, kde má příznivější hodnoty Eckert III. Vpravo nahoře jsou naopak hodnoty Eckerta III. horší, než má Eckert IV.

V obdobném srovnání zbývajících dvojic vyrovnávacích a plochojevných Eckertových zobrazení jsou vyrovnávací zobrazení vždy lepší než plochojevná, s drobnou výjimkou dvou políček Eckerta V. ($2\omega_{max} = 45^\circ$ resp. 50° při $n = 1,3$).

4. Pořadníky vhodnosti Eckertových zobrazení

Na základě vypočtených hodnot Q byly pro jednotlivé kombinace $2\omega_{max}$ a K_{max} (resp. n) vytvořeny pořadníky Eckertových zobrazení (tab. 5).

Posuzujeme-li Eckertova zobrazení podle pořadí ve všech pětadvaceti variantách, vychází jako nejlepší plochojevný Eckert IV., který se patnáctkrát umístil jako první a desetkrát jako druhý (za Eckertem III.). Lepšího pořadí dosahuje při menším n a větším $2\omega_{max}$. Jistou nevýhodou je poměrně velké zkreslení $2\omega = 19,3^\circ$ ve středu mapy.

Další v pořadí je vyrovnávací Eckert III., jehož výsledky jsou nevyrovnané. Umístil se sice desetkrát jako první, dvakrát však také jako poslední. Na rozdíl od Eckerta IV. má lepší výsledky při větším n a menším $2\omega_{max}$. Jeho předností je, že ve středu mapy nemá žádné úhlové zkreslení.

I když následující tři zobrazení nemají ve všech variantách stejné pořadí, v průměru se jako 3. umístil Eckert V., 4. Eckert VI. a 5. Eckert I. Naprosto nejhorším se ukázal Eckert II., který skončil třiadvacetkrát jako poslední a dvakrát jako předposlední.

Pohledem do tabulky 5 snadno zjistíme, že při nízké hodnotě povoleného úhlového zkreslení $2\omega_{max}$ na velikosti koeficientu n příliš nezáleží. Pořadí při kombinacích libovolného n s $2\omega_{max} \leq 40^\circ$ se takřka neliší, pouze se vzrůstajícím n střídá Eckerta IV. na 1. místě zobrazení Eckert III. Z patnácti variant se u devíti shoduje pořadí: 1. Eckert III., 2. Eckert IV., 3. Eckert V., 4. Eckert VI., 5. Eckert I., 6. Eckert II. U pěti variant (s nižším n) je Eckert III. druhý a u jedné třetí.

Vzhled všech Eckertových zobrazení se zákresem vybraných ekvideformát je zřejmý z obr. 6 – 11.

5. Posouzení hraničních hodnot

Na základě výsledků Eckertových zobrazení můžeme konstatovat, že pořadníky podle Q z variant pro menší $2\omega_{max}$ jsou stálejší a tím reprezentativnější. Toto zjištění je příznivé i proto, že umožňuje zvolit jako hraniční hodnoty nižší čísla úhlového zkreslení.

Je zajímavé, že v citované práci Čapek (1997) s. 57 vyšlo $2\omega_{max} = 36,3^\circ$ jako odpovídající plošnému zkreslení $K = 1,5$ resp. $K_{max} = 1,5 K_{min}$ a $2\omega_{max} = 40^\circ$ bylo použito spíše kvůli zaokrouhlení.

Bezpečně lze jako hraniční hodnotu $2\omega_{max}$ doporučit $35^\circ \pm 5^\circ$. Naopak 50° přináší již takové změny pořadí, že by rozhodně voleno být nemělo.

O hraniční hodnotě K_{max} , určené s rozličným n , nic určitého tvrdit nemůžeme. Zatímco odchytku úhlů 10° snadno poznáme pouhým okem, zvětšení plochy o 10 % nezjistíme bez srovnání vůbec. Nelze tedy jednoznačně určit, které n je nejlepší. Spíše bychom se však přiklonili k větší hodnotě, takže doporučení by znělo pro $n = 1,6 \pm 0,1$.

Charakteristika zkreslení Q se ukázala jako opodstatněná a pořadníky z ní určené jako relativně stálé i při jiných hodnotách povoleného zkreslení. Můžeme ji proto považovat za užitečného pomocníka při výběru kartografických zobrazení.

Literatura:

- CANTERS, F., DECLEIR, H. (1989): The World in Perspective. A directory of world map projections. J. Wiley, Chichester et al., 181 s.
- ČAPEK, R. (1997): Kvantitativní hodnocení kartografických zobrazení pro mapu světa na jednom listu. Habilitační práce. Přírodovědecká fakulta UK, Praha, 173 s.
- ČAPEK, R., FORSTOVÁ, J. (1999): Vliv hraničních hodnot povolených zkreslení na hodnocení zobrazení. Referát na 13. kartografické konferenci „Mapa – produkt geoinformačních technologií“. Bratislava 9.–10.9.1999.
- DANIŠ, M., VALKO, J. (1988): Matematická kartografia. Praktické úlohy, tabuľky. SVŠT, Bratislava, 294 s.
- ECKERT, M. (1906): Neue Entwürfe für Erdkarten. Petermanns geogr. Mitteilungen, 52, č. 5, s. 97-109.
- MALÁ, B. (1995): Ekvideformáty obecných zobrazení. Diplomová práce. Přírodovědecká fakulta UK, Praha, 148 s.
- SNYDER, J. P., VOXLAND, P. M. (1989): An Album of Map Projections. U.S.G.S. Prof. Paper 1453. U.S. Govern. Print. Office, Washington, 249 s.

Summary

ANALYSIS OF THE DISTORTION CHARACTERIZATION Q ON THE BASIS OF ECKERT'S PROJECTIONS

New cartographic distortion characterization was proposed in R. Čapek's dissertation "The Quantitative Evaluation of Cartographic Projections for One-Sheet World Map". Two conditions were stipulated there: 1. area distortion K_{max} must not exceed $1.5 \cdot K_{min}$ (K_{min} is the smallest numeral value of area distortion, mostly at the Equator); 2. maximum angular distortion $2\omega_{max}$ must not be higher than 40° .

The ratio of the area that meets these two conditions in any cartographic projection to the area of the whole Earth surface is called distortion characterization Q . Of one hundred world map projections the best one was the polyconic projection CNIIGAiK 1950 (= Ginzburg V) with $Q = 84.7\%$. On the contrary, the conformal August projection ($Q = 20.7\%$) was the worst one. The research aimed to find out how changes of distortion limits K_{max} and $2\omega_{max}$ influence the magnitude of Q and sequences of projections.

Six Eckert's pseudocylindrical projections were chosen for investigation of Q values gained from different combinations of K_{max} and $2\omega_{max}$. Distortion formulas for all Eckert's projections were derived first and values of K and 2ω for 16,200 graticule intersection points were figured out for each projection.

Next, different combinations of distortion limits K_{max} and $2\omega_{max}$ were set. Five values of acceptable area distortion $K_{max} = n \cdot K_{min}$ (n equals 1.3 – 1.4 – 1.5 – 1.6 – 1.7) were combined with five values of angular distortion $2\omega_{max}$ (30° – 35° – 40° – 45° – 50°) consecutively. Each graticule trapezoid represented by central point with acceptable distortion was weighed by its area on the Earth surface. Thus, 25 combination for each of arbitrary projections (Eckert I, III, V) and 5 combinations for each equal-area projections (Eckert II, IV, VI) were received (Table 3).

Sequence of six Eckert's projections was compiled for each combination K_{max} and $2\omega_{max}$ (Table 5). It can be easily recognized that the best projections are Eckert IV (15 times at the first place) and Eckert III (10 times at the first place). On the contrary, Eckert II is the worst (23 times at the last place). In nine cases the sequences are identical: 1 Eckert III, 2 Eckert IV, 3 Eckert V, 4 Eckert VI, 5 Eckert I, 6 Eckert II. Only a small interchange (between Eckert IV and Eckert III) takes place in five other sequences.

It is clear that the best coincidence occurs at sequences computed on the basis of lower acceptable maximum angular distortion. That is why $2\omega_{max} = 35^\circ \pm 5^\circ$ can be recommended as the representative limit of maximum angular distortion. Area distortion K_{max} turned out not to be so important; higher limit ($n = 1,6 \pm 0,1$) can be preferred.

Different combinations of acceptable distortion limits do not change sequences of Eckert's projections in principle. On the basis of analysis performed it can be stated that the distortion characterization Q proved to be well founded and recommendable for the evaluation of cartographic projections.

Fig. 1-5 – Graphs demonstrate the dependence of Q on $2\omega_{max}$ with five different n for Eckert's projections I – VI (for equal-area projections $K = n = 1$).

Fig. 6 – Eckert I projection. Isolines of limit values of acceptable distortions. Modified by F. Canters, H. Declair (1989), isolines added.

Fig. 7 – Eckert II projection. Modified by F. Canters, H. Declair (1989), isolines added.

Fig. 8 – Eckert III projection. Modified by F. Canters, H. Declair (1989), isolines added.

Fig. 9 – Eckert IV projection. Modified by F. Canters, H. Declair (1989), isolines added.

Fig. 10 – Eckert V projection. Modified by F. Canters, H. Declair (1989), isolines added.

Fig. 11 – Eckert VI projection. Modified by F. Canters, H. Declair (1989), isolines added.

(Pracoviště autorů: katedra kartografie a geoinformatiky Přírodovědecké fakulty UK, Albertov 6, 128 43 Praha 2.)

Do redakce došlo 24. 3. 1999

Lektorovali Petr Buchar a Radek Dušek