

ČENĚK HARVALÍK

## PROBLÉMY VYHOTOVOVÁNÍ PLASTICKÝCH MAP NA KULOVÝCH PLOCHÁCH

Plastické mapy malých měřítek vypracované v rovině v určitém zobrazovacím způsobu, ztrácejí mnoho na názornosti, jelikož se tu uplatňuje zkreslení v daleko větší míře než u map dvourozměrných. V první řadě tu kontrastuje velmi citelně snaha konkrétního plastického vyjádření reliéfu s rovinou, která je abstrakcí zemského povrchu nejen co do měřítka, ale i co do tvaru. Dále variabilní měřítko v rovině neodpovídá konstantnímu měřítku výškovému u jednotlivých výškových stupňů, takže se nám mění převýšení v jednotlivých částech mapy. Nebo u map vypracovaných v plochojevných zobrazovacích způsobech se projevují silně zkreslení délek a úhlů.

U map velkých a středních měřítek lze pochopitelně tato zkreslení vzhledem k názornosti zanedbat. Avšak u map malých měřítek, zejména u map 1 : 5 000 000 a menších se projevují velmi citelně, takže mapy kontinentů, nebo celého zemského povrchu je nejlépe vypracovat na zakřivené ploše, odpovídající tvaru Země chceme-li zachovat názornost plastické mapy. Jelikož při těchto měřítkách není třeba pracovat se zemským elipsoidem jako referenční plochou, ale můžeme používat kulové plochy (nejlépe koule, která svou plochou odpovídá ploše Krasovského elipsoidu, tj o poloměru  $R = 6.371,116$  km) je při dnešní technice možné zhotovit velmi přesné plastické výškopisné osnovy (schůdkové modely), které nám poslouží výborně pro zhotovování plastických map.

Na katedře mapování a kartografie ČVUT v Praze byla v rámci komplexního výzkumu technologie vyhotovování plastických map vyvinuta nová metoda zhotovení velmi přesného a jemného schůdkového modelu, která nad to ještě umožňuje vyhotovit takové modely i na kulových plochách se stejnou jemností a přesností jako v rovině. Základní princip této metody spočívá v tom, že schůdkový model se vyřezává jehlou do plastelínových vrstev, které jsou složeny do bloku o rozměrech budoucí mapy s patřičným počtem vrstev o síle předepsaných výškových intervalů. Schůdkový model se po vyřezání z plastelíny odlije do sádry, nebo epoxydu, čímž obdržíme pevnou a trvanlivou výškopisnou osnovu, na níž modelujeme plastickou mapu. Přenášení výškopisné předlohy na blok (pro vyřezávání) je možné provést buď pantografem anebo promítáním z diapositivů výškopisu. Při zhotovování schůdkového modelu na kulové ploše postupujeme v podstatě tak, že zhotovíme výškopisnou předlohu (kresbu vrstevnic a pro orientaci říční síť) a z ní fotografickým zmenšením zhotovíme diapositiv. Podle promítnuté kresby vyřezáme stupňovitý model, který odlijeme do sádry.

Mimo běžných potřeb přípravy jako je stanovení měřítka, intervalů, generalizace, kompozice atd. je třeba pro zhotovení výškopisné předlohy pro modely vyhotovené na kulové ploše věnovat zvláštní pozornost konstrukci sítě. Jde totiž

o to, aby předloha byla vypracována v takovém zobrazení, které by umožnilo promítat síť z roviny diapozitivu na kouli, aniž by došlo při tom ke zkreslení. To nám umožňuje azimutální zobrazovací způsob tzv. centrální projekce. Při této projekci se nám z bodu  $F$  promítne určitý bod  $P$  na globu v bodě  $P'$  na rovině a jak ukazuje paprsek na náčrtu také v bodě  $P''$  na rovině  $D$  (což je rovina diapozitivu). Z toho vidíme, že kresby při promítání na rovině  $\tau$  a na rovině  $D$  jsou si podobné (na rovině  $D$  je kresba zmenšená podle poměrů  $O : O' = E : f$ ). Postačí tedy pro konstrukci volit  $C$  a  $E$  takové, aby co nejlépe odpovídaly ohniskové vzdálenosti projekčního přístroje a rozměru diapozitivu v souvislosti s potřebným zvětšením (obr. 1).

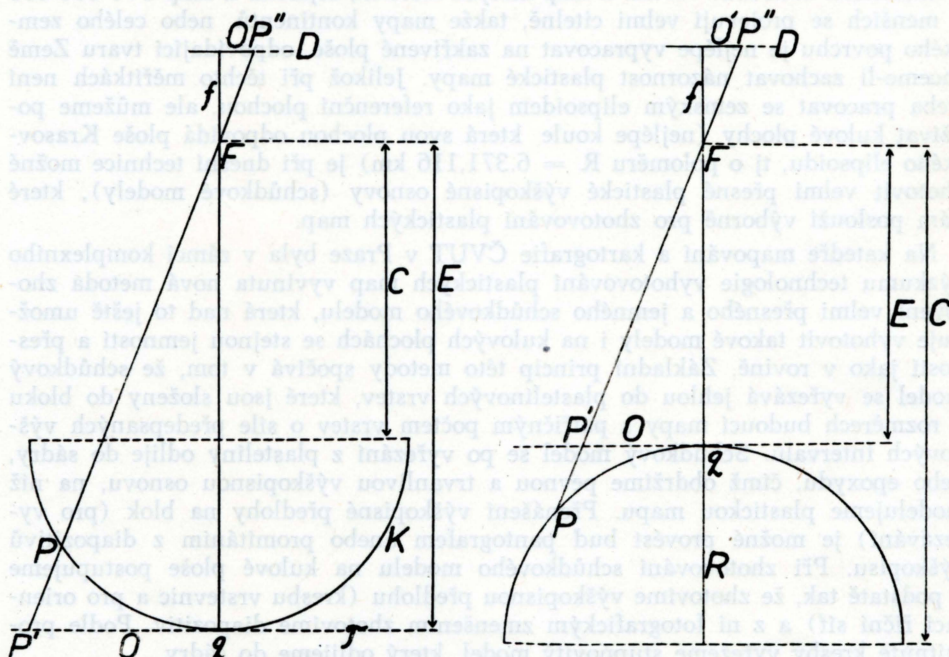
Transformační rovnice pro bod  $P'$  se souřadnicemi  $x$  a  $y$  při daném bodu  $P$  se souřadnicemi  $U, V$  a při základním bodu promítání  $U_q, V_q$  jsou:

$$x = \frac{RE (-\cos U_q \sin U + \sin U_q \cos U \cos V) *}{C + R (\sin U_q \sin U + \cos U_q \cos U \cos V)}$$

$$y = \frac{-RE \cos U \sin V}{C + R (\sin U_q \sin U + \cos U_q \cos U \cos V)}$$

Tímto způsobem promítáme do vydutého kulového vrchlíku kresbu a vyřezáváme model negativně, tedy matrici. Chceme-li volit obrácený postup, mění se nám hodnoty  $C$  a  $E$ , což také vyplývá z příslušných transformačních rovnic.

V tomto případě je  $E$  menší než  $C$  a bod  $P$  se promítá bodem  $P'$  na  $F$  a dále na  $P''$ . Ostatní podmínky zůstávají stejné (obr. 2).



Obr. 1. — Schéma promítání do vydutého kulového vrchlíku

Obr. 2. — Schéma promítání na kulový vrchlík

\* (Blíže viz František Fiala, *Matematická kartografie*, Praha 1955, str. 143–144.)

Transformační rovnice potom dostávají výraz:

$$x = \frac{RE (-\cos U_q \sin U + \sin U_q \cos U \cos V)}{C - R (\sin U_q \sin U + \cos U_q \cos U \cos V)}$$

$$y = \frac{-RE \cos U \sin V}{C - R (\sin U_q \sin U + \cos U_q \cos U \cos V)}$$

Při kresbě diapozitivu v normální (pólové) poloze je konstrukce daleko jednodušší, jelikož rovnoběžky se nám promítají jako kruhy a poledníky jako přímky. Postačí tedy zjistit poloměry jednotlivých rovnoběžek na rovině.

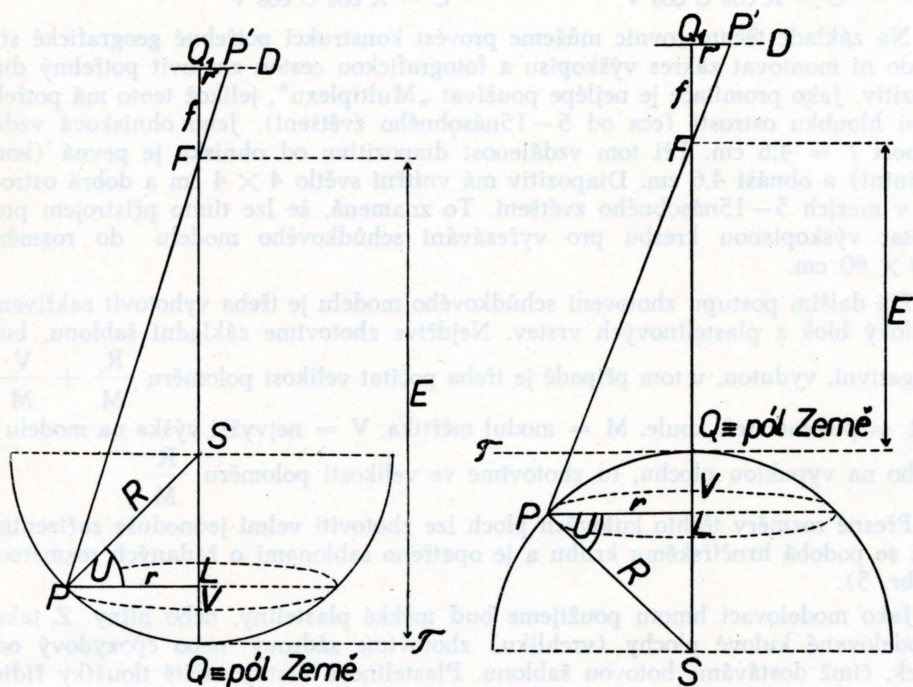
Z náčrtu na obr. 4 vidíme, že trojúhelníky  $L P F$  a  $F Q_1 P'$  jsou podobné a platí:

$$\frac{r'}{r} = \frac{f}{E - V}, \quad r' = \frac{r \cdot f}{E - V} \dots\dots 1$$

$$\sin U = \frac{R - V}{R}, \quad V = R (1 - \sin U) \dots\dots 2$$

dosadíme-li  $V$  z rovnice 2 do rovnice 1 obdržíme:

$$r' = \frac{r \cdot f}{E - R (1 - \sin U)}, \quad \text{což je hledaná délka poloměru.}$$



Obr. 3. — Schéma promítání do vydutého vrchlíku v pólové poloze

Obr. 4. — Schéma promítání na kulový vrchlík

Pro praktické výpočty lze tento vzorec upravit takto:

$$r' = \frac{r}{\frac{E-R}{f} + \frac{R}{f} \sin U}, \quad \text{přitom } \frac{E-R}{f} = K_1 \text{ a } \frac{R}{f} = K_2$$

$K_1$  a  $K_2$  jsou při určitém  $E$ ,  $R$  a  $f$  konstantní.

Při promítání na vypuklou část vrchlíku (obr. 4) tedy pro vyřezávání schůdkového modelu pozitivně volíme opět jiné  $E$  a rovnice dostává následující výraz:

$$r' = \frac{r \cdot f}{E + R(1 - \sin U)}$$

$$r' = \frac{r}{K_1 - K_2 \sin U}, \quad \text{přitom } K_1 = \frac{E+R}{f} \text{ a } K_2 = \frac{R}{f}$$

Pro polohu transversální se nám transformace také poněkud zjednoduší, jelikož pro základní bod promítání volíme souřadnice  $U_q = 0$ ,  $V_q = 0$ .

$$x = \frac{-RE \sin U}{C + R \cos U \cos V}, \quad y = \frac{-RE \cos U \sin V}{C + R \cos U \cos V}$$

Pro případ promítání na vypuklou část vrchlíku analogicky:

$$x = \frac{-RE \sin U}{C - R \cos U \cos V}, \quad y = \frac{-RE \cos U \sin V}{C - R \cos U \cos V}$$

Na základě těchto rovnic můžeme provést konstrukci potřebné geografické sítě a do ní montovat zákres výškopisu a fotografickou cestou zhotovit potřebný diapozitiv. Jako promítače je nejlépe používat „Multiplexu“, jelikož tento má potřebnou hloubku ostrosti (cca od 5–15násobného zvětšení). Jeho ohnisková vzdálenost  $f = 4,6$  cm. Při tom vzdálenost diapozitivu od ohniska je pevná (konstantní) a obnáší 4,6 cm. Diapozitiv má vnitřní světlo  $4 \times 4$  cm a dobrá ostrost je v mezích 5–15násobného zvětšení. To znamená, že lze tímto přístrojem promítat výškopisnou kresbu pro vyřezávání schůdkového modelu do rozměrů  $60 \times 60$  cm.

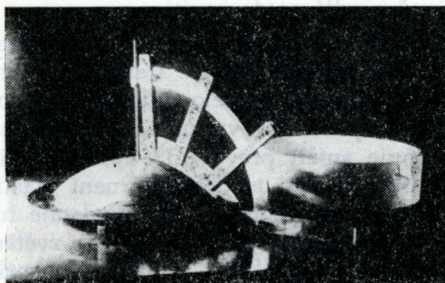
Při dalším postupu zhotovení schůdkového modelu je třeba vyhotovit zakřivený kulový blok z plastelínových vrstev. Nejdříve zhotovíme základní šablonu, buď negativní, vydutou, v tom případě je třeba počítat velikost poloměru  $\frac{R}{M} + \frac{V}{M}$  ( $R$  = poloměr ref. koule,  $M$  = modul měřítka,  $V$  = nejvyšší výška na modelu), nebo na vypuklou plochu, tu zhotovíme ve velikosti poloměru  $\frac{R}{M}$ .

Přesné rozměry těchto kulových ploch lze zhotoviti velmi jednoduše zařízením, jež se podobá hrncířskému kruhu a je opatřeno šablonami o žádaných rozměrech (obr. 5).

Jako modelovací hmotu použijeme buď měkké plastelíny, nebo hlíny. Z takto modelované kulové plochy (vrchlíku) zhotovíme sádrový nebo epoxydový odlitek, čímž dostáváme hotovou šablonu. Plastelínové vrstvy určité tloušťky řídící se intervalem výškopisné osnovy naklademe na kulovou plochu a to tak, že do vyduté plochy přijde nejdříve nejvyšší vrstva, tedy spodní a následují další až do nejnižší. Po vyplnění vyduté plochy představuje poslední vrstva úroveň mořské

hladiny. Pracujeme-li „pozitivně“, tj. na vypuklé kulové ploše, naskládáme na kulový vrchlík nejdříve nejnižší vrstvy a postupně vyšší a vyšší. Poslední vrstva obsahuje nejvyšší bod budoucí mapy. Tyto vrstvy je třeba rozřezat tak, aby nevytvořily záhyby a potřít každou vrstvu fermezí, aby dobře přilnuly k sobě.

Na takto upravený blok je třeba umístit vřícovací body, do nichž při promítání vřícujeme kresbu. Nutno upozornit, že tyto body je třeba pořádit nejen u 1. vrstvy, ale též u následujících. To opět provedeme šablonou, která má drážky ve směru poloměru koule a podle nich jehlou vpichujeme vřícovací body.



Obr. 5. — Zhotovení šablony vyduťtého vrchlíku. Vlevo zařízení, vpravo odlitá šablona

Takto připravený vrstevný blok umístíme pod „Multiplex“, vřícíme promítanou kresbu na první vrstvu a můžeme začít s vyřezáváním (obr. 6). Důležité při tom je, že musíme každou vrstvu vřícovat zvlášť, jelikož ohnisko a střed koule neleží ve stejném bodě. Jak je vidět, z náčrtu na obr. 7, promítne se bod  $P$  z roviny diapositivu na plochu  $k_1$  (odpovídající nulové hladině) v bodě  $P_1$ , ovšem na ploše  $k_2$  v bodě  $P''_1$ , což je zkršené o oblouk  $P'_1 P''_1$  na ploše  $k_2$ , neboť správná pozice bodu  $P_1$  je v bodě  $P'_1$ . Odsouváme-li souběžně s optickou osou plochu  $k_2$  o délku  $e$ , tedy do plochy  $k'_2$ , promítne se bod  $P$  opět do správné pozice v  $P_2$ , neboť  $S S_1 = P'_1 P_2 = e$  jsou souběžné a tudíž i úhly  $90^\circ - U = 90^\circ - U_1$  jsou stejné, tedy  $U = U_1$ . Můžeme tedy vypočítat i hodnotu  $e$  z úměry

$$\frac{e}{V} = \frac{E}{R}, \quad e = \frac{VE}{R}$$

Tuto hodnotu celkem nepotřebujeme, jelikož provádíme vřícování přímo do vpichovaných bodů, což je jednodušší a přesnější, jelikož hodnoty  $e$  při běžných intervalech jsou velmi malé. Je však vhodné, několik potřebných hodnot si vypočítat pro kontrolu.

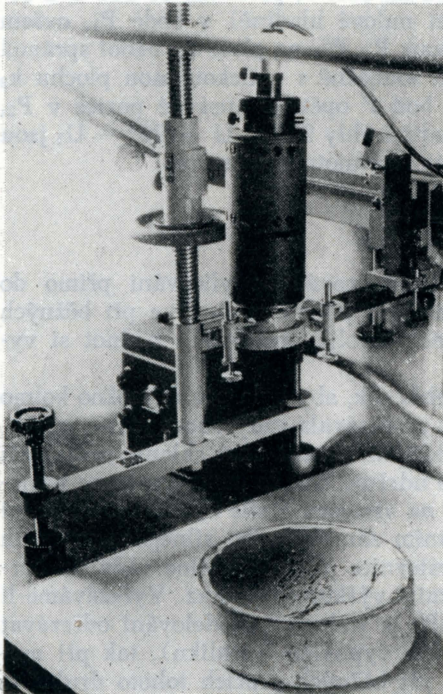
Pokud jde o vyřezávání, snažíme se vést jehlu tak, aby byla pokud možno kolmo na plochu a přibližně ve výšce vrstvy, tj. aby prořezávala vždy pouze jednu vrstvu. Lze toho docílit velmi snadno, že i při rychlejších řezání úhel sklonu jehly vůči tečné ploše nepřevyšuje  $20^\circ$  a její hloubka se udržuje tak, že neprořezáváme následující vrstvu. Z toho plyne, že pracujeme-li na vrstvách o síle 0,1 až 0,5 mm, lze případné zkršení vzniklé nesprávným řezáním zanedbat. Při silnějších vrstvách je však třeba toto uvážit. Správná kresba vrstvenice je pochopitelně vždy na horním okraji vrstvené plochy, kde se nám promítá výškopisný obraz. Vyřezáváme-li stupňovitý model negativně (ve vyduťté kouli) je třeba při modelování odřezávat výčnělky stupňů. Postupujeme-li obráceně (na vypuklém vrchlíku), tak při modelování musíme stupně vyplňovat. Jelikož při běžných pracích tohoto druhu se

používají zpravidla, vzhledem k potřebné jemnosti, vrstvy 0,5 mm a tenčí, přičítají tyto problémy jen zřídka v úvahu.

Jak již bylo řečeno, odléváme vyřezaný schůdkový model z plastelinových vrstev do sádry, nebo epoxydu. Pokud pracujeme negativně, obdržíme po odlití pozitiv, na němž můžeme přímo modelovat. Vyřezeme-li z plastelíny schůdkový model pozitivně, obdržíme při odlití negativní matrici, kterou je třeba pro modelování opět odlít do pozitivu. V tomto případě musíme odškrabat na negativu částečně vyčnívající stupně tak, aby bylo možno odlitek po zatvrdnutí vyjmout z matrice. Je třeba při tom uvážit i rozsah kulového vrchlíku. Proto je jednodušší pracovat při vyřezávání negativně a odlévat do pozitivu.

Hotový schůdkový model ovšem ještě není zdaleka plastickou mapou. Tato se vytváří teprve v další fázi modelování. Je třeba si uvědomit, že mezi schůdkovým modelem, jemným a přesným modelováním a převyšováním jsou velmi úzké vztahy. Podrobný, dokonalý schůdkový model umožňuje jemné ostré a přesné modelování a to umožňuje snížit převýšení. Čím hruběji modelujeme, tím více musíme převyšovat. Jelikož hrubší modelování není vlastně nic jiného než větší generalizace reliéfu, lze říci, že převýšení je v podstatě funkcí generalizace. Dokazuje to již fakt, že se převyšování plastických map zvětšuje zmenšením měřítka. Ovšem je též třeba uvážit povahu reliéfu. U nížin a pahorkatin potřebujeme zpravidla větší převýšení než u horstev. Proto vznikla také myšlenka tzv. kombinovaného nebo odstupňovaného převýšení. Lineární převýšení (všude stejné) je možno uvažovat u map do měřítka 1 : 750 000 až 1 : 1 000 000. U menších měřítek je třeba uvažovat v nížinách větší, v horstvech menší výšková měřítka. Tak např. u Jižní Ameriky v měřítku 1 : 40 000 000, která byla zhotovena jako pokusná, bylo použito následujících převýšení:

0 – 200 m	převýšení 80×
200 – 500 m	převýšení 60×
500 – 1000 m	převýšení 40×
nad 1000 m	převýšení 20×



H. Münich (Überhöhte Reliefs in kleinen Masstäben, Kartographische Nachrichten 1958/II) doporučuje pro oblast Kilimandžára v měřítku 1 : 1 500 000 toto převýšení:

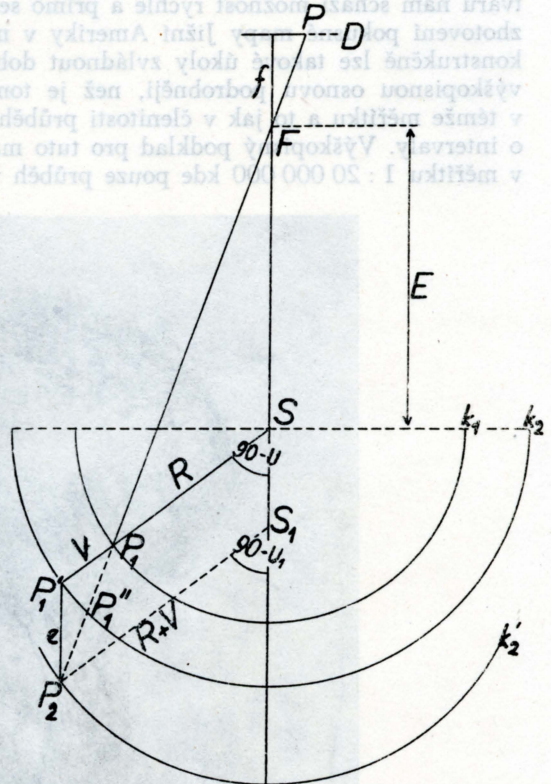
Tabulka převýšení podle Münicha	Převýšení:
Výškové stupně:	
1–2000	15
2000–3000	10
3000–4000	5
4000–5000	3
5000–6000	2

Obr. 6. — Vyřezávání stupňového modelu. Nahoře projektor „Multiplex“, pod ním šablona vrchlíku s vrstveným blokem

I když nebyl do všech důsledků studován reliéf této oblasti, lze říci, že pouze jeden stupeň převýšení v intervalu 1—2000 m není vhodný a zbytečně zkrusluje hornatiny ve výškách 1000—2000 m. Naproti tomu rozdělení v intervalech 3, 4, 5 a 6000 m se zdá zbytečně podrobné. Zkušenosti ukazují, že je třeba kombinované převýšení odstupňovat více v nižších polohách, kdežto ve vyšších polohách hor a velehor odstupňování není třeba tak podrobně provádět. Na základě našich zkušeností jsou vhodná převýšení v jednotlivých měřítkách mapy (od 1 : 1 000 000 až 1 : 40 000 000) tato:

Modul měřítka:	Převýšení:
1 000 000	2—15
3 000 000	3—20
5 000 000	5—25
10 000 000	10—40
20 000 000	15—60
40 000 000	20—80

Tato tabulka je sestavena na základě empirických zkušeností při dostatečně jemném zpracování mapy. Při hrubším modelování je potřeba na převýšení přidat. Potřebné široké rozpětí u jednotlivých měřítek je právě způsobené růzností povahy reliéfu. Minimální převýšení je zapotřebí v oblasti velehor, maximální v oblastech nížin a pahorkatin. Existuje v literatuře řada pokusů o teoretické stanovení převýšení u plastických map, avšak podrobnější úvaha o tomto problému by si vyžádala zvláštní článek, ježto tu jde o velmi komplikované otázky.



Obr. 7. — Schéma promítání na různé výškové vrstvy

V praxi narazíme při modelování na řadu obtíží, zejména při modelování map malých měřítek. Především je tu otázka výškových intervalů. Abychom dobře mohli modelovat, je zapotřebí, aby jednotlivé výškové vrstvy byly co nejbližší u sebe. Nejlépe lze modelovat když jsou od sebe vzdáleny 1—2 mm. To ovšem se málokdy stává, zejména v nížinách. Proto se musíme spokojit s většími vzdálenostmi jako 5—10 mm. Máme jednotlivé vrstvené plochy ještě dále od sebe, pak je modelování velmi svízelné a nepřesné. Proto potřebujeme při zhotovování výškopisné předlohy obyčejně podrobnější výškopis, než obsahuje běžná mapa dvourozměrná. Tak např. pro zmíněnou mapu Jižní Ameriky se ukázalo, že pro dobré modelování nížin by bylo zapotřebí ještě vrstevnice 100 m.

Při modelování je zejména otázkou jemného modelování údolí, na přechodu z nížin do pahorkatin, kde vrstevnice vykreslují dlouhé úzké jazyky. Při modelování Jižní Ameriky tu bylo postupováno tak, že vyplňováním schůdků byl modelován reliéf od 200 mm a výše (u řeky San Francisco od 500 m). Potom byl pořízen odlitek, do něhož byly zakresleny řeky a dále bylo modelováno odškrabáváním výčnělků vrstevných ploch 200, resp. 500 m v negativu. Tím se docílilo přesnosti modelování podle průběhu řek a vyrovnání spádu údolí. Ukázalo se, že je výhodné vyvýšené tvary modelovat na pozitivu, kdežto snížené tvary na negativu, protože při modelování lze lépe přehlednout práci na vyvýšených tvarech. U snížených tvarů nám schází možnost rychle a přímo se orientovat pokud jde o hloubky. Při zhotovení pokusné mapy Jižní Ameriky v měřítku 1 : 40 000 000 se ukázalo, že konstrukčně lze takové úkoly zvládnout dobře a přesně. Je ovšem třeba upravit výškopisnou osnovu podrobněji, než je tomu u běžných dvourozměrných map v témže měřítku a to jak v členitosti průběhu vrstevnic, tak i zejména pokud jde o intervaly. Výškopisný podklad pro tuto mapu byl převzat z mapy Atlasu Mira v měřítku 1 : 20 000 000 kde pouze průběh vrstevnic v některých svých detailech



Obr. 8. — Schůdkový model Již. Ameriky 1 : 40 000 000 (zmenšeno)



v některých částech byl poněkud více generalizován. Při tom se ukázalo, že pro oblasti nížin a pahorkatin bude pro příště třeba podrobnějšího výskopisu. Pro ilustraci viz obrázky, kde jsou uvedeny fotografie schůdkového modelu i originálu modelu terénu Již. Ameriky, v měřítku 1 : 40 000 000 (obr. 8 a 9).

Této metody lze zejména výhodně použít při zhotovování plastických glóbů. V měřítku 1 : 30 000 000 a menším lze sestavit tento glóbus v schůdkovém modelu ze 6 částí. Dva vrchlíky (severní a jižní pól vždy do 30. rovnoběžky) a 4 rovníkové úseky (se středem na rovníku a 30<sup>0</sup> severní šířky až 30<sup>0</sup> jižní šířky a 90<sup>0</sup> rozpětí podle poledníku).

Při uvedeném měřítku stačí potřebné rozměry promítat projektorem „Multiplex“. Při větším měřítku by bylo třeba zhotovit glóbus z více dílů. Pro modelování bude nejlépe jednotlivé části smontovat k sobě a modelovat glóbus jako celek. Otázky dalšího rozmnožování jsou sice obtížné, avšak řešitelné. Při rozmnožování tvorbáním potlaštěných folií z PVC bude pravděpodobně třeba vycházet z 8 až 12 dílů, které se spojí v celistvý glóbus.



Obr. 9. — Plastický reliéf Již. Ameriky 1 : 40 000 000 (zmenšeno)

Uvážíme-li, že toto pojednání představuje pouze malý úsek z celkové problematiky zhotovování plastických map, je třeba říci, že tento obor kartografie se zejména v poslední době rozrůstá do značné šíře. Je tu mnoho neprozkoumaných otázek, které bude třeba řešit, zvláště, když dnešní praxe vyžaduje stále víc a více plastické mapy pro nejrůznější účely. Víme již dnes, že plastická mapa není pouze dvourozměrná mapa převedená do třetího rozměru, ale že tu jde o zcela samostatně, vzhledem k své prostorové povaze, speciálně zkoncipované dílo. Bylo by zapotřebí, aby kartografové i geografové se více a systematictěji zabývali otázkami vyhotovování plastických map.

*Předneseno na IX. sjezdu čs. geografů v Teplicích 1962*